Guía 2. Fundamentos de la Computación

1. En los siguientes ejercicios sean los alfabetos A1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} y A2 = {a, b, c, d, e, f, g, h}. Además los lenguajes L1 = {x / x ∈ A1} y L2 = {x / x ∈ A2}. Determinar los lenguajes:
2. L1 ∪ L2
3. L1 L2
4. (L1 L2)2
5. ¿Cuál es el número de strings de los lenguajes obtenidos en a), b) y c)?

**Solución**:

1. L1 ∪ L2 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, a, b, c, d, e, f, g, h}
2. L1 L2 = {1a, 1b, 1c, 1d, 1e, 1f, 1g, 1h,…,8a, 8b, 8c, 8d, 8e, 8f, 8g, 8h}
3. (L1 L2)2 = {1a1a, 1a1b,…, 1a1h,…,8h8h}
4. En a) son 16 strings, en b) son 64 strings y en c) 4096 strings.
5. Sea el alfabeto A = {n ∈ ℕ/ 0 < n < 90} y los lenguajes: I = {x/ x es impar}, P = {y/ y es primo}, T = {z/ z es múltiplo de 3}. Determinar los siguientes lenguajes:
6. I ∩ P
7. I ∩ T
8. (P ∩ T) – I
9. I ∪ (P ∩ T)

**Solución**:

1. I ∩ P = {3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 67, 71, 73, 79, 83, 89}, son 22 en total.
2. I ∩ T = {3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, 69, 75, 81, 87}, son en total 15.
3. (P ∩ T) – I = ∅
4. I ∪ (P ∩ T) = I, luego #I = 45.
5. Sea A = {a, b, c} un alfabeto. Describa los elementos de los siguientes lenguajes sobre A y diga si estos lenguajes son finitos o infinitos:
6. L1 = {a}({b}{c}\*)
7. L2 = ({a}{a})\*
8. L3 = ({b, c}{a}){a}
9. L4 = {a}\* {ε}\*

**Solución**:

1. L1 = {a}({b}{c}\*) = {ab, abc, abcc,…} Es infinito.
2. L2 = ({a}{a})\* = {ε, aa, aaaa,…} = {a2n / n ≥ 0}. Es infinito.
3. L3 = ({b, c}{a}){a} = {baa, caa} Es finito.
4. L4 = {a}\* {ε}\* = {a}\* = {ε, a, aa, aaa,…} Es infinito.
5. Describir los siguientes lenguajes sobre el alfabeto binario {0, 1}:
6. Lenguaje de los strings que poseen un número impar de unos concatenado con un número par de ceros
7. Lenguaje de los strings que poseen un uno intercalado entre dos ceros
8. Lenguaje de los strings palíndromes

**Solución**:

1. {1, 111, 11111,…}{ε, 00, 0000,…} = {1, 13, 15,…}{ε, 02, 04,…} = {12n+102n / n≥ 0}
2. {010, 01010, 0101010,…}
3. {ε,0,1,00,11,000,111,010,101,0000,0110,1001,1111,00000,00100, 01110, 01010,10001,11011,11111,10101,…} = {w/ wr = w}.
4. Para la siguiente gramática definida sobre el alfabeto binario {0, 1}:

S 🡪 1A1 | 0A0 | 0 | 1 | ε

A 🡪 1A1 | 0A0 | 0 | 1 | ε

Describir cómo se deriva el string 0110.

Describir el lenguaje generado.

**Solución**:

S 🡪 0A0 🡪01A10 🡪 0110

Lenguaje de los palíndromes sobre {0, 1}.

S

/ | \

0 A 0

/ | \

1 A 1

|

ε

1. Para la siguiente gramática definida sobre el alfabeto ternario {0, 1, 2}:

A 🡪 0B | 2

B 🡪 0A | 1

Describir cómo se deriva el string 0001.

Describir el lenguaje generado.

**Solución**:

A 🡪 0B 🡪 00A 🡪 000B 🡪 0001

L = {2, 01, 002, 0001, 00002,…} = {02n 2 / n ≥ 0} ∪ {02n+1 1 / n ≥ 0}